



**ODKRYWAMY ELEMENTY  
ANALIZY MATEMATYCZNEJ  
W MATH CALCS**

**TOMASZ  
WÓJTOWICZ**

## **SCENARIUSZ LEKCJI**

**Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony**

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

**WARSZAWA 2019**

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska  
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
dr Beata Rola  
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



## Temat lekcji:

Odkrywamy elementy analizy matematycznej w Math Calcs.

## Czas trwania lekcji:

45 minut

## Klasa:

II liceum/technikum, poziom rozszerzony

## Cel ogólny:

utrwalenie wiadomości na temat zastosowania elementów analizy matematycznej.

## Cele szczegółowe. Uczeń:

- oblicza granicę funkcji w punkcie oraz granicę funkcji w nieskończoności,
- wyznacza pochodne funkcji,
- bada monotoniczność funkcji,
- wyznacza ekstrema funkcji,
- wykorzystuje komputer do obliczeń i wizualizacji pojęć z analizy matematycznej,
- otrzymuje polecenia i zadania adekwatne do swoich możliwości (uczeń ze SPE).

## Metody, techniki i formy pracy:

- metody eksponujące: prezentacja,
- metody aktywizujące: mapa pojęciowa, praca w zespołach zadaniowych (rozwój kompetencji osobistych),
- zastosowanie TIK: praca z programem komputerowym GeoGebra Math Calcs (rozwój kompetencji cyfrowych),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

## Środki dydaktyczne:

komputer z zainstalowanym programem GeoGebra Math Calcs, kartki z zadaniami dla uczniów (ze zróżnicowanymi zadaniami), karta samooceny ucznia, projektor.

## Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel przedstawia uczniom zasadę działania programu Math Calcs. Jest to program open source **do nauki matematyki, możliwy** do zainstalowania na komputerach pracujących pod kontrolą systemów operacyjnych z rodziny Windows, macOS i Linux. Program łączy geometrię, algebrę, statystykę oraz analizę matematyczną w jednym łatwym do użycia pakiecie. Gotowe obliczenia matematyczne zapiszemy w plikach GGB, EPS, EMF, PDF, PNG, SVG i HTML.

2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Uczniowie wspólnie z nauczycielem porządkują zdobytą dotychczas wiedzę. W tym celu tworzą mapę pojęciową dotyczącą zagadnień: wzory na pochodne funkcji, granica funkcji w nieskończoności (w tym asymptoty), granica funkcji w punkcie, przedziały monotoniczności funkcji, ekstrema funkcji.

### 3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Nauczyciel dzieli uczniów na grupy 2-osobowe (grupy mogą być mieszane z udziałem uczniów ze SPE), których zadaniem jest użycie programu GeoGebra Math Calcs oraz wykonanie zadań. Uczniowie otrzymują od nauczyciela kartki z zadaniami:

Zadanie 1. Wyznacz granice funkcji:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2x}{9 - x^2} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-x + 4 + \frac{1}{x}\right) \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x + 3}.$$

Zadanie 2. Dla funkcji  $f(x) = 4x^4 - 2x^3 + 2x^2$  oraz  $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 + x + 1}$  wyznacz:

- pochodne każdej z tych funkcji,
- asymptoty wykresów funkcji (o ile istnieją),
- przedziały monotoniczności,
- ekstrema funkcji.

Uczniowie zapoznają się z instrukcją postępowania w programie, obliczają granice, pochodne itp., a następnie pracę zapisują np. w pliku pdf. Ustalają z nauczycielem kryteria oceny pracy na lekcji.

### 4. Prezentacja pracy

Po wykonanej pracy następuje prezentacja uczniowskich rozwiązań. Za pomocą projektora uczniowie przedstawiają i omawiają rozwiązania zapisane w plikach. Uczeń z każdej pary odczytuje wyniki rozwiązań. Pozostali uczniowie sprawdzają poprawność, dzielą się swoimi spostrzeżeniami i uwagami na temat pracy z programem. Na zakończenie prezentacji nauczyciel ocenia pracę uczniów (stosuje obniżone kryteria do uczniów ze SPE).

### 5. Samoocena i refleksja uczniów

Nauczyciel ocenia pracę grupową uczniów, a następnie prosi uczniów o wypełnienie karty ankiety. Przykładowa ankieta (uczniowie wskazują mocne strony użycia TIK podczas lekcji):

Bez użycia komputera nie:

- zobaczyłbym .....
- doświadczyłbym.....
- zaangażowałbym się w .....
- sprawdziłbym.....

## Komentarz metodyczny

Praca z komputerem zachęca uczniów do samodzielnego eksperymentowania i weryfikowania swoich rozwiązań. Efektem pracy każdej grupy powinno być dogłębne zrozumienie pojęć z analizy matematycznej takich jak pochodna, ekstrema itp. Nauczyciel może wskazać uczniom możliwość pobrania darmowego programu na ich domowe komputery. Wykorzystanie zaproponowanych metod i narzędzi jest aspektem ułatwiającym przyswajanie wiedzy dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.