



## Zmagania największych matematyków starożytnej Grecji

Daniel Kopiński

# Scenariusz lekcji

## Poradnik metodyczny do programu nauczania matematyki dla II etapu edukacyjnego

opracowany w ramach projektu:

**„Tworzenie zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces wychowania przedszkolnego i kształcenia ogólnego w zakresie rozwoju umiejętności uniwersalnych dzieci i uczniów oraz kompetencji kluczowych niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

Warszawa 2022



Redakcja merytoryczna: Marcin Pełka  
Redakcja językowa i korekta: Eduexpert sp. z o.o.  
Projekt graficzny i projekt okładki: Eduexpert sp. z o.o.  
Redakcja techniczna i skład: Eduexpert sp. z o.o.

Weryfikacja i odbiór niniejszej publikacji: Ośrodek Rozwoju Edukacji w Warszawie

w ramach projektu: *Weryfikacja i odbiór zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces wychowania przedszkolnego i kształcenia ogólnego w zakresie rozwoju umiejętności uniwersalnych dzieci i uczniów oraz kompetencji kluczowych niezbędnych do poruszania się na rynku pracy*

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

Warszawa 2022

Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa



[ore.edu.pl](http://ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
[creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl](http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl)

## Poziom edukacyjny

II etap edukacyjny

### Temat zajęć

Zmagania największych matematyków starożytnej Grecji

### Klasa, czas trwania zajęć

V, 45 minut

### Cele ogólne

- poznanie zasad konstrukcji trójkąta o trzech danych bokach (IX.2);
- konstruowanie trójkąta o danych trzech bokach (IX.2);
- ustalanie możliwości zbudowania trójkąta na podstawie nierówności trójkąta (IX.2).

### Cele operacyjne

Uczeń:

- rozwija ciekawość poznawczą;
- omawia zasady konstrukcji trójkąta przy pomocy cyrkla i linijki;
- podaje warunki zbudowania trójkąta;
- konstruuje trójkąt o trzech danych bokach;
- rozwija umiejętność posługiwania się przyborami geometrycznymi;
- kształtuje spostrzegawczość;
- rozwija dokładność przy wykonywaniu zadań;
- rozwija samodyscyplinę;
- rozwija umiejętność planowania i organizowania własnej pracy;
- rozwija komunikatywność oraz umiejętności pracy w zespole;
- rozwija świadomość z możliwości, jakie daje korzystanie z zasobów internetu.

### Metody, techniki, formy pracy

- dyskusja, wykonywanie konstrukcji geometrycznych przy pomocy cyrkla i linijki, pokaz multimedialny, wykonywanie konstrukcji geometrycznych w programie komputerowym, platforma edukacyjna w trybie zdalnym (Microsoft Teams, Google Classroom lub Zoom);
- ponadto dla ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi (SPE): wspólne analizowanie problemu, naprowadzanie na właściwy tok myślenia, ćwiczenia praktyczne z przyrządami geometrycznymi / praca zbiorowa, praca zespołowa: jednolita.

### Środki dydaktyczne/potrzebne materiały

- cyrkiel, linijka, zestaw różnych przedmiotów kształtem przypominające odcinki, karteczki do losowania z napisami Euklides, Tales oraz Pitagoras, tablica tradycyjna, tablica interaktywna, prezentacja multimedialna przedstawiająca sylwetki matematyków starożytnej Grecji (Euklidesa, Talesa, Pitagorasa), szkice/rysunki Euklidesa, Talesa i Pitagorasa wykonane przez uczniów, internet, program komputerowy do geometrii GeoGebra, e-materiały ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej („Konstrukcja trójkąta o danych bokach”; dostęp 14.11.2022), platforma edukacyjna w trybie zdalnym

(Microsoft Teams, Google Classroom lub Zoom), słowna i obrazowa [instrukcja konstrukcji trójkąta](#) (dostęp 14.11.2022) dla wszystkich uczniów ze SPE.

## Opis przebiegu zajęć

### Część wstępna

- Nauczyciel prowadzi dyskusję z uczniami, w której rozpoznaje wiedzę uczniów dotyczącą świata starożytnego, np. lokalizacji w czasie i przestrzeni, przedstawicieli, najważniejszych osiągnięć kultury w różnych dziedzinach.
- Nauczyciel podaje pytanie kluczowe: „Jak skonstruować trójkąt z trzech odcinków o podanych długościach?”.
- Uczniowie przy pomocy linijki podejmują próbę narysowania trójkąta o bokach 8 cm, 6 cm i 4 cm.
- Uczniowie zauważają, że rysowanie trójkąta o danych bokach wyłącznie za pomocą linijki jest trudne.
- Nauczyciel na tablicy interaktywnej przedstawia krótką prezentację multimedialną, która zawiera sylwetki matematyków starożytnej Grecji (Euklidesa, Talesa, Pitagorasa), oraz idee konstrukcji klasycznej, czyli przy pomocy cyrkla i linijki bez podziałki.

### Część właściwa

- Uczniowie podejmują próby narysowania trójkąta o bokach 8 cm, 6 cm i 4 cm, wykorzystując cyrkiel i linijkę bez podziałki. Przed przystąpieniem do konstrukcji uczniowie rysują w zeszycie dane odcinki przy pomocy linijki z podziałką.
- Uczniowie dzielą się spostrzeżeniami i doświadczeniem z wykonanej pracy.
- W sytuacji nauczania zdalnego rysunki wykonane przez uczniów mogą być eksportowane do różnych formatów plików (np. png, pdf) i przesłane nauczycielowi.
- Uczniowie na tablicy interaktywnej odkrywają/uzasadniają metodę konstrukcji trójkąta, wykorzystując animację ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej: „[Konstrukcja trójkąta o trzech bokach](#)” (dostęp 14.11.2022).
- Uczniowie ustnie formułują zasady konstrukcji trójkąta o trzech danych bokach przy pomocy cyrkla i linijki.
- Nauczyciel na tablicy tradycyjnej prezentuje krok po kroku konstrukcję trójkąta o bokach 8 cm, 7 cm, 5 cm.
- Uczniowie przeprowadzają konstrukcję trójkąta o bokach 8 cm, 7 cm, 5 cm w zeszycie. Uczniowie ze SPE (a w sytuacji nauczania zdalnego – wszyscy uczniowie) korzystają z [instrukcji konstrukcji trójkąta](#) (dostęp 14.11.2022) zamieszczonej na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej.
- Nauczyciel:
  - przy pomocy komputerowego programu do dynamicznych konstrukcji geometrycznych GeoGebra prezentuje konstrukcję trójkąta;
  - zmienia długość kolejnych odcinków, tak aby konstrukcja trójkąta była możliwa; trójkąt powstaje, gdyż odpowiednie okręgi przecinają się;
  - zmniejsza długość jednego z odcinków, tak aby zauważyć, że konstrukcja trójkąta nie zawsze jest możliwa; trójkąt nie powstaje, gdyż odpowiednie okręgi są rozłączne.
- W sytuacji nauczania zdalnego uczniowie indywidualnie posługują się programem GeoGebra.

- Uczniowie przez losowanie karteczek zostają podzieleni na trzy grupy o nazwach Euklides, Tales oraz Pitagoras.
- Nauczyciel przekazuje grupom zestaw różnych przedmiotów przypominających kształtem odcinki (np. kredki, wykałaczki, patyczki do lodów, słomki do picia).
- W sytuacji nauczania zdalnego, uczniowie korzystają z przedmiotów z własnego otoczenia.
- Uczniowie wspólnie badają i ustalają, z jakich trzech przedmiotów da się zbudować trójkąt oraz z jakich trzech przedmiotów zbudowanie trójkąta nie jest możliwe.
- Uczniowie ustnie formułują warunki zbudowania trójkąta oraz podają kilka przykładów.
- Każdy uczeń, który potrafi samodzielnie podać warunki zbudowania trójkąta oraz trzy różne przykłady, otrzymuje pozytywną ocenę.

### Część podsumowująca

- W ramach pracy domowej nauczyciel poleca uczniom zadanie polegające na skonstruowaniu trójkąta równoramiennego z odcinków o podanych długościach (np. podstawa długości 6 cm, ramiona długości 9 cm), a dla uczniów chętnych zadanie polegające na znalezieniu wszystkich możliwych trójek odcinków, z których można zbudować trójkąt (np. spośród odcinków o długości 4 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm i 9 cm).
- Każdy uczeń otrzymuje na kartce trzy zadania typu prawda/fałsz, które dotyczą celów lekcji. Uczniowie przy wyjściu z sali zwracają wypełnione kartki nauczycielowi.
- Nauczyciel na podstawie odpowiedzi uczniów ocenia stopień osiągnięcia celów lekcji i wyciąga wnioski, które wdroży w przyszłości.

### Komentarz metodyczny

- Doświadczenie trudności przy rysowaniu trójkąta tylko przy pomocy linijki może być czynnikiem zachęcającym uczniów do poszukiwania lepszej metody. Podejmowanie prób konstrukcji skłania uczniów do kreatywności w działaniu oraz wykorzystania wcześniej zdobytej wiedzy i umiejętności.
- Uczniowie przy wykonywaniu konstrukcji często potrzebują indywidualnej pomocy. Bardzo ważne jest, aby upewnić się, że każdy uczeń właściwie ją przeprowadził.
- Warto, żeby podczas konstrukcji uczniowie rysowali pełne okręgi, a dopiero w przyszłości łuki.
- Zamiast programu GeoGebra można użyć innego, podobnego typu, np. C.a.R. Dostępność i łatwość użytkowania tych narzędzi sprawia, że uczeń może samodzielnie przeprowadzać konstrukcje, zwłaszcza w sytuacji nauczania zdalnego. Zastosowanie dynamicznego programu pobudza uczniów do stawiania dodatkowych pytań i sprawdzania różnych możliwości. Poruszanie utworzonymi obiektami pozwala zauważyć m.in., w jakiej sytuacji konstrukcja trójkąta jest, a w jakiej nie jest możliwa. Konstrukcje wykonane przez uczniów w sytuacji nauczania na odległość mogą być eksportowane do różnych formatów plików (np. png, pdf) i przesłane nauczycielowi.
- W dyskusji z uczniami nauczyciel prowokuje do odkrywania, nie narzuca własnego zdania. Zachęca do przyjęcia roli „największego matematyka”, który zmaga się z nowymi wyzwaniami. Nauczyciel wykazuje pozytywne reakcje na pomysły uczniów i aktywnie słucha ich wypowiedzi, co potwierdza np. komunikatem: „To interesujące, mów dalej”. W nauczaniu zdalnym nauczyciel często prosi uczniów o informację



zwrotną dotyczącą jakości komunikacji. Kontroluje uwagę i sprawdza, czy poruszane kwestie są zrozumiałe. Po lekcji online nauczyciel umożliwi konsultacje indywidualne, podczas których uczeń ma możliwość zadawania dodatkowych pytań, uzyskania wyjaśnień. Materiały i zasoby z lekcji zostają udostępnione przez kanały uzgodnione z uczniami. Uczniom z niepełnosprawnością ruchową dobrze jest przekazywać materiały dydaktyczne z odpowiednim wyprzedzeniem, aby zapewnić im aktywne uczestnictwo w zajęciach. Dzięki temu mogą wcześniej zapoznać się z obsługą programów komputerowych lub przygotować materiały do lekcji. Ważne jest, aby poświęcić im wystarczającą ilość czasu na udzielenie odpowiedzi czy wykonanie zadania, dlatego należy proponować różne kanały komunikacyjne, np. czat pisemny czy wiadomości głosowe. W nauczaniu zdalnym istotne jest udzielanie wsparcia tymże uczniom poprzez pozytywną motywację do pracy i wzmacnianie samooceny.

- W przypadku uczniów ze SPE należy uwzględnić trudności przy wykonywaniu konstrukcji, wynikające z niepełnosprawności, np. ograniczoną sprawność manualną przy posługiwaniu się przyborami geometrycznymi. Dobrze jest doceniać i chwalić nawet za niewielkie postępy podczas pracy samodzielnej, bardziej uwzględniać starania ucznia niż efekt końcowy. Ponadto nauczyciel dostosowuje metody pracy do uczniów ze specjalnymi potrzebami poprzez:
  - monitorowanie i kontrolowanie przebiegu konstruowania trójkątów, kierowanie prostych i jasnych komunikatów naprowadzających;
  - umożliwienie korzystania z instrukcji konstrukcji trójkąta;
  - udzielanie wsparcia w kontakcie z rówieśnikami podczas pracy grupowej;
  - przeznaczenie większej ilości czasu na wypowiedź po zadaniu pytania podsumowującego;
  - upewnienie się, czy uczeń zapisał i zrozumiał polecenie pracy domowej oraz ewentualne zmniejszenie ilości poleceń.
- Uczniom bardziej uzdolnionym i wykazującym większe zainteresowanie można zaproponować skonstruowanie czworokąta wklęsłego lub stworzenie siatki czworoscianu foremego, posługując się konstrukcją trójkąta. Warto zachęcić i zainspirować uczniów do przygotowania szkiców/rysunków postaci matematyków starożytnej Grecji, które uzupełniłyby prezentację multimedialną. Uczniowie mogą przy tym wykazać się kreatywnością poprzez indywidualne ujęcie postaci czy zastosowanie innej techniki.
- Lekcję można powiązać z przyrodą poprzez zagadnienie tzw. Trójkąta Bermudzkiego. Nauczyciel przedstawia na jego temat kilka faktów i ciekawostek, a następnie podaje polecenie: „Trójkąt Bermudzki, to obszar na Atlantyku w kształcie trójkąta, którego wierzchołkami są wyspy Bermudy, Puerto Rico i południowy kraniec Florydy. Boki tego trójkąta w skali 1:1000000 mają ok. 15 cm, 16 cm i 17 cm długości. Na kartce w formacie A4, skonstruuj Trójkąt Bermudzki w podanej skali”.
- Zastosowanie programów komputerowych do przeprowadzania konstrukcji stwarza możliwość zainteresowania uczniów technologiami cyfrowymi do celów uczenia się. Na lekcji można kształcić kompetencje kluczowe w zakresie umiejętności uczenia się oraz kompetencje matematyczne przez odkrywanie metody konstrukcji trójkąta i formułowanie warunków zbudowania trójkąta.

- Podczas lekcji uczeń nabywa umiejętność posługiwania się przyborami geometrycznymi oraz umiejętność starannego wykonywania konstrukcji, przydatne w przyszłym życiu zawodowym, np. w pracy projektanta wnętrz, architekta, konstruktora budowlanego.

**Daniel Kopiński** – magister matematyki, nauczyciel dyplomowany z 19-letnim doświadczeniem dydaktycznym, pracuje w szkole podstawowej w charakterze nauczyciela matematyki i fizyki oraz wychowawcy młodzieży. Współtwórca innowacji pedagogicznej rozwijającej pasję z bloku przedmiotów chemia i fizyka, pt. „Przyroda skrzydeł Ci doda”. Twórca programów nauczania rozwijających kompetencje matematyczne i w zakresie nauk przyrodniczych, pt. „Systematyczna praca Twoją szansą” oraz „Fizyka i wszystko jasne”, w ramach projektu finansowanego z Europejskiego Funduszu Społecznego „Obrastam w piórka. Rozwój kompetencji kluczowych tyskich gimnazjalistów”. Opracowywał i wdrażał programy edukacyjne adresowane do uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Organizował liczne wycieczki edukacyjne poszerzające wiedzę uczniów z dziedziny techniki i fizyki. Przeprowadzał imprezy szkolne o charakterze naukowo-poznawczym, m.in. tzw. „Wieczór naukowy” czy „Festiwal Nauki”. Przygotowywał uczniów do wielu konkursów matematycznych i fizycznych, w których zajmowali oni wysokie miejsca i otrzymywali wyróżnienia na szczeblu powiatowym i rejonowym. W 2015 roku jego uczniowie jako laureaci Wojewódzkiego Konkursu pt. „Pozyskiwanie czystej energii... no właśnie, skąd?” zostali wynagrodzeni wycieczką do Parlamentu Europejskiego w Brukseli. Przez kilka lat wykonywał zadania egzaminatora Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej z zakresu przedmiotów matematyczno-przyrodniczych. W szkole był odpowiedzialny za analizę wyników egzaminów zewnętrznych, także z uwzględnieniem wskaźników Edukacyjnej Wartości Dodanej. Jest pasjonatem nowoczesnych metod nauczania, podczas lekcji posługuje się elementami oceniania kształtującego. Wielokrotnie za swoje zaangażowanie zawodowe, zaangażowanie w kreowaniu dobrego wizerunku szkoły, za podnoszenie jakości pracy szkoły otrzymywał nagrody Dyrektora Szkoły, w 2014 roku otrzymał nagrodę Prezydenta Miasta Tychy za znaczące osiągnięcia w pracy dydaktycznej, wychowawczej i opiekuńczej.