



ZAMIENIAMY UŁAMKI
OKRESOWE
NA ZWYKŁE

TOMASZ
WÓJTOWICZ

SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019



Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska
dr Anna Rybak
dr Beata Rola
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



Temat lekcji:

Zamieniamy ułamki okresowe na zwykłe.

Czas trwania lekcji:

45 minut

Klasa:

III liceum/technikum, poziom rozszerzony

Cel ogólny:

zastosowanie szeregów geometrycznych do ułamków okresowych.

Cele szczegółowe. Uczeń:

- dostrzega w rozwinięciu dziesiętnym liczby sumę szeregu geometrycznego,
- stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego,
- rozwiązuje problemy praktyczne różnymi znanymi metodami,
- umiejętnie współpracuje i komunikuje się w grupie,
- bierze udział w działaniach terapeutycznych (uczeń ze SPE).

Metody, techniki i formy pracy:

- metody eksponujące: prezentacja (kompetencje osobiste),
- metody aktywizujące: praca w grupach, gra dydaktyczna,
- praca z materiałem przygotowanym przez nauczyciela (rozwój kompetencji w zakresie uczenia się),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

Środki dydaktyczne:

domino matematyczne, karty pracy dla uczniów (zróżnicowane pod względem stopnia trudności), kartki do ewaluacji.

Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel na początku lekcji przeprowadza z uczniami rozgrzewkę w formie gry domino. Zadaniem uczniów jest dopasowanie liczb zapisanych w formie dziesiętnej nieskończonej okresowej do podanych ułamków zwykłych. Uczniowie w trakcie pracy posługują się znanym im sposobem zamiany ułamka okresowego na zwykły.

2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Nauczyciel przedstawia uczniom problem do rozwiązania: zamienić liczbę $0,3(5)$ na ułamek zwykły. Uczniowie zauważają, że podaną liczbę można zapisać w postaci: $0,3(5) = 0,3 + 0,05 + 0,005 + 0,0005 + 0,00005 + \dots$ Liczba $\frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{10000} + \dots$

jest sumą nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie $a_1 = \frac{5}{100}$ oraz ilorazie $q = \frac{1}{10}$. Zatem jego suma wynosi: $S = \frac{a_1}{1 - q}$.

Po podstawieniu otrzymujemy $S = \frac{0,05}{1 - 0,1} = \frac{1}{18}$.

Stąd liczba $0,3(5) = \frac{3}{10} + \frac{1}{18} = \frac{16}{45}$.

Uczniowie podają własne przykłady, w których występuje ciąg sum częściowych. Nauczyciel formułuje pytania kluczowe, które mają motywować uczniów do samodzielnych poszukiwań.

3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

W rozwiązaniach zadań uczniowie będą posługiwali się sumą szeregu geometrycznego, czyli ciągu sum częściowych. Nauczyciel dzieli uczniów na 4 grupy zadaniowe, których zadaniem jest zamiana ułamków okresowych na zwykłe. Przykłady do wykonania: $0,(13)$; $0,(145)$; $0,1(23)$; $0,21(3)$; $0,42(31)$; $0,2(315)$.

Uczniowie zapisują każdą liczbę w postaci ciągu sum częściowych, podają pierwszy wyraz oraz iloraz. Przedstawiają liczby w postaci ułamków zwykłych, zwracają uwagę na wartość mianownika w przykładach typu: $0,(13)$; $0,(145)$.

4. Prezentacja pracy

Po wykonanej pracy następuje prezentacja uczniowskich rozwiązań. Uczniowie sprawdzają wartości otrzymanych ułamków, formułują wnioski na podstawie własnych spostrzeżeń. Po prezentacji pracy uczniowie utrwalają wykorzystanie sumy szeregu geometrycznego do rozwiązywania następujących problemów:

Zadanie 1. Suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego jest równa 24, a suma trzech początkowych wyrazów wynosi 21. Oblicz sumę 25 początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego, w którym trzeci i piąty wyraz są odpowiednio trzecim i piątym wyrazem danego ciągu geometrycznego.

Zadanie 2. W ciągu geometrycznym a_n dane są: $a_1 = 1$ i $a_2 = 2 - \log_2 x$. Dla jakich wartości x szereg $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ jest zbieżny? Dla jakich wartości x suma tego szeregu jest mniejsza od 1?

Zadanie 3. Zaznacz na płaszczyźnie zbiór wszystkich punktów o współrzędnych (x, y) , dla których szereg geometryczny $1 + \log_y x + \dots + \log_y^{n-1} x + \dots$ jest zbieżny.

5. Samoocena i refleksja uczniów

Nauczyciel podczas prezentacji uczniów ocenia ich pracę (stosuje kryteria dostosowane do uczniów ze SPE) na podstawie uzyskanych wyników oraz wysiłku włożonego w wykonanie zadania. Ewaluację lekcji przeprowadza w formie kartek ze stwierdzeniami rozmieszczonymi w sali (np. nabyte umiejętności wykorzystam w życiu). Na kartkach uczestnicy lekcji doczepiają spinacze biurowe na zasadzie łańcucha pod tymi stwierdzeniami, z którymi się zgadzają.

Komentarz metodyczny

Podczas gry w domino uczniowie zamieniają ułamki okresowe na zwykłe za pomocą równań. Zasadniczym celem lekcji jest to, aby uczniowie opanowali umiejętność zamiany ułamka okresowego na zwykły przy użyciu wzoru na ciąg sum częściowych. Zadania po prezentacji wyników zamiany ułamków okresowych na zwykłe mają utrwalić u uczniów umiejętność stosowania szeregu geometrycznego i pokazać, że to zagadnienie może rozwiązać wiele problemów.