

Obrót

1. Cele lekcji

a) Wiadomości

1. Zapoznanie uczniów z pojęciem obrotu w ujęciu klasycznym oraz częściowo analitycznym.
2. Poznanie podstawowych własności obrotu.

b) Umiejętności

1. Uczeń potrafi konstruować obrazy niektórych figur w obrocie.
2. Uczeń potrafi obliczać współrzędne obrazów punktów w obrocie o niektóre kąty.
3. Uczeń poszukuje argumentacji matematycznej w oparciu o poznaną definicję.
4. Ćwiczenie umiejętności pracy z tekstem matematycznym.
5. Ćwiczenie umiejętności pracy w grupie.

2. Metoda i forma pracy

Praca indywidualna, praca zespołowa.

3. Środki dydaktyczne

Komputer z rzutnikiem multimedialnym.

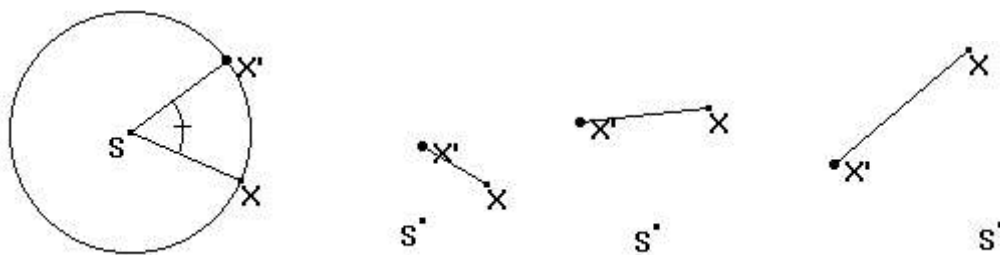
4. Przebieg lekcji

Zapoznanie uczniów z definicją obrotu (wypowiedź słowna, wprowadzenie nazewnictwa):

$$Ob_S^{\alpha \neq 0}(X) = X' \Leftrightarrow \begin{cases} SX = SX' \\ \angle XSX' = \alpha \end{cases}$$

Przy okazji takiej definicji nauczyciel wyjaśnił pojęcie kąta skierowanego (wyodrębnienie pierwszego i drugiego ramienia, ruch od ramienia pierwszego do drugiego przeciwnie do ruchu wskazówek zegara lub zgodnie ze wskazówkami zegara).

Następnie uczniowie samodzielnie, w oparciu o podaną definicję, konstruują obraz punktu w obrocie o dowolny kąt. Jeden z uczniów podaje swój sposób konstrukcji (ewentualne ulepszenia, inne propozycje). Potem nauczyciel wykonuje wskazaną konstrukcję na komputerze (wystarczy program CABRI 1), tak aby wszyscy uczniowie widzieli. Następnie porusza punktem X – uczniowie obserwują obraz X' (w programie CABRI 1 jest to możliwe). Dodatkowo uczący zaznacza odcinek XX'.

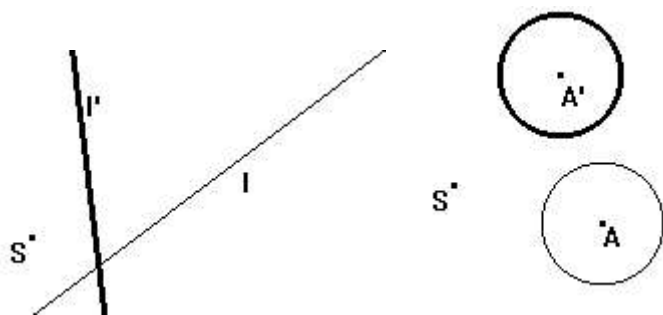


Po takiej obserwacji uczniowie otrzymują następujące polecenia:

- Czy obrót jest przekształceniem geometrycznym?
- Znajdź punkty stałe obrotu.
- Wyznacz zbiór wartości obrotu.
- Scharakteryzuj odcinki XX' , przy wszelkich położeniach punktu X .
- Co może być obrazem prostej, okręgu, trójkąta?
- Czy można wskazać takie dwa punkty X i Y , aby $XY \neq X'Y'$?
- Jakie jest przekształcenie odwrotne do obrotu?

Odpowiedzi na powyższe pytania powinny być poparte argumentacją, choć w przypadku obrotu nie jest ona taka łatwa. Z tego też powodu nauczyciel akceptuje formułowane przez uczniów wnioski bez ścisłego matematycznego uzasadnienia.

Uczniowie początkowo pracują samodzielnie w poszukiwaniu odpowiedzi na te pytania, potem tworzą grupy czteroosobowe (dwie sąsiednie ławki) i uzgadniają wspólne stanowisko. Następnie przechodzimy do wymiany poglądów. Grupy omawiają po jednym z pytań. Pojawiają się także na ekranie obrazy prostej, okręgu w obrocie konstruowane na zasadzie „miejsca geometrycznego punktu” (jest to jedna z opcji programu CABRI 1).



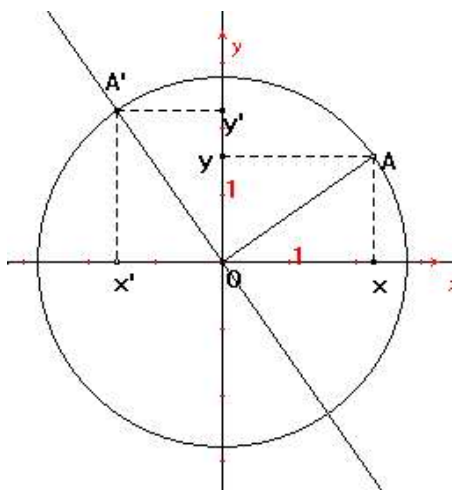
W wyniku pracy powinna zostać wypracowana następująca charakterystyka obrotu:

- ✓ Jest to przekształcenie geometryczne.
- ✓ Ma dokładnie jeden punkt stały: środek obrotu: *jeśli $X = X'$, to $\angle XSX = \alpha$, kąt α nie jest kątem zerowym, zatem punkty X i S muszą się pokrywać.*
- ✓ Zbiorem wartości jest cała płaszczyzna.
- ✓ Odcinki XX' (przy wszelkich położeniach punktu X) są różnej długości: od 0 do dowolnie dużej, nie są do siebie równoległe. Symetralne tych odcinków przechodzą przez jeden punkt – środek obrotu.
- ✓ Obrazem prostej jest prosta, wydaje się, że tworzy ona z daną prostą kąt równy kątowi obrotu. Obrazem okręgu jest okrąg o tym samym promieniu.
- ✓ Obrót jest przekształceniem izometrycznym.

- ✓ Przekształceniem odwrotnym do obrotu jest obrót o kąt przeciwny do danego.

Kolejny etap lekcji dotyczy obrotu w układzie współrzędnych. Zadanie uczniów polega na znalezieniu związku pomiędzy współrzędnymi punktu $A(x, y)$, a współrzędnymi jego obrazu $A'(x', y')$ w obrocie wokół początku układu współrzędnych o kąty skierowane: 90° , 180° , 270° .

Nauczyciel przeprowadza odpowiednie rozumowanie dla kąta 90° .



Kąt AOA' wynosi 90° . Obrotowi podlegają także współrzędne punktu A . I tak: obrazem współrzędnej x jest współrzędna y' (zachowuje znak), a obrazem y jest x' (następuje zmiana znaku na przeciwny). Stąd otrzymujemy, że $A'(-y, x)$.

Następnie uczniowie najpierw pracują samodzielnie, potem znów czwórkami. Na koniec grupy relacjonują swoje wyniki: W obrocie o kąt 180° obrazem punktu $A(x, y)$ jest punkt $A'(-x, -y)$. W obrocie o kąt 270° obrazem punktu $A(x, y)$ jest punkt $A'(y, -x)$.

Na zakończenie uczniowie wykonują ćwiczenia, np.: Znajdź obraz trójkąta ABC w obrocie wokół punktu A o kąt BAC .

5. Bibliografia

1. Konior J., *Repetitorium z CABRI, część II*, [w:] „Matematyka i Komputery” nr 11, 2002, s. 5-8.
2. Pająk W., *Badanie przekształceń geometrycznych*, [w:] „Nauczyciele i Matematyka” nr 8, 1993, s. 22-23.
3. Pająk W., *CABRI i przekształcenia geometryczne na płaszczyźnie*, VULCAN, Wrocław 1994.

6. Załączniki

a) Zadanie domowe

1. Obierz dwa dowolne punkty A, B w układzie współrzędnych, znajdź ich obrazy A', B' w obrocie wokół początku układu współrzędnych o kąt 90° (potem: $270^\circ, 180^\circ$). Sprawdź, czy $AB = A'B'$.
2. Czy istnieje związek pomiędzy symetrią środkową, a obrotem?

7. Czas trwania lekcji

2 godziny lekcyjne

8. Uwagi do scenariusza

brak