



**WYPROWADZAMY  
WZORY NA POCHODNE  
FUNKCJI**

**TOMASZ  
WÓJTOWICZ**

## **SCENARIUSZ LEKCJI**

**Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony**

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

**WARSZAWA 2019**

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska  
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
dr Beata Rola  
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>

**Temat lekcji:**

Wyprowadzamy wzory na pochodne funkcji.

**Czas trwania lekcji:**

45 minut

**Klasa:**

II liceum/technikum, poziom rozszerzony

**Cel ogólny:**

interpretacja geometryczna pochodnej funkcji.

**Cele szczegółowe. Uczeń:**

- oblicza iloraz różnicowy funkcji,
- prawidłowo łączy ze sobą pojęcia granicy funkcji i pochodnej,
- zna definicję pochodnej funkcji,
- rozumie interpretację geometryczną pochodnej funkcji,
- wie, czym jest styczna do wykresu funkcji,
- wykorzystuje w pracy technologie informacyjno-komunikacyjne,
- jest objęty indywidualizacją nauczania (uczeń ze SPE).

**Metody, techniki i formy pracy:**

- samodzielne odkrywanie na podstawie doświadczeń (kompetencje osobiste),
- metody aktywizujące: mapa pojęciowa, praca w zespołach (rozwój kompetencji matematycznych),
- metoda ICT: komputer (rozwój kompetencji cyfrowych),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

**Środki dydaktyczne:**

komputer z projektorem, aplikacja komputerowa, kartki z poleceniami dla uczniów, ankiety ewaluacyjne.

**Opis przebiegu lekcji**

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel przedstawia uczniom film edukacyjny dot. interpretacji geometrycznej pochodnej funkcji, dostępny na stronie internetowej <https://www.youtube.com/watch?v=4JN9PDLVzb8>. W trakcie oglądania filmu uczniowie:

- poznają wzór na iloraz różnicowy funkcji oraz właściwie go interpretują,
- zapisują wzór na pochodną funkcji w punkcie  $x_0$ :  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .

Dodatkowo nauczyciel prowadzi z uczniami pogadankę na temat przedstawionych stycznych do wykresu funkcji w punkcie  $(x_0, y_0)$ . Przedstawia uczniom równanie stycznej do wykresu funkcji w postaci:  $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ . Uczniowie nabywają umiejętność wyznaczania stycznej do wykresu funkcji w aplikacji <https://www.geogebra.org/m/R276KBEh>.

## 2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Po nabyciu przez uczniów umiejętności stosowania poznanych wzorów w prostych przykładach, nauczyciel dzieli ich na zespoły zadaniowe i rozdaje im kartki z zadaniami. Uczniowie w grupach wykonują następujące zadania:

**Zadanie 1.** Wyprowadź wzór na pochodną funkcji  $f(x) = x^4 - x^2$  w punkcie  $x_0 = 1$ .

**Zadanie 2.** Wyznacz równanie stycznej do paraboli  $y = x^2 + 2x$  w punkcie o odciętej  $x_0 = 1$ .

**Zadanie 3.** Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = x^3$ , która przecina oś  $OX$  w punkcie  $(-4, 0)$ .

**Zadanie 4.** Oblicz pochodną funkcji  $f(x) = \frac{x+2}{x^2}$  w punkcie  $x_0 = -2$ .

**Zadanie 5.** Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = x^4 - x$ , która jest prostopadła do prostej  $x - 5y = 1$ .

## 3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Uczniowie w grupach zadaniowych przeprowadzają dyskusję nad swoimi rozwiązaniami. W pracy nad wyprowadzeniem wzorów posługują się granicą ilorazu różnicowego. W zależności od występujących dysfunkcji, uczniowie mogą wykonywać zadania dostosowane do swoich potrzeb i możliwości. Poprawność wykonania zadań uczniowie mogą sprawdzać w aplikacji <https://obliczone.pl/kalkulatory/styczne-do-wykresu-funkcji>.

## 4. Prezentacja pracy

Po wykonanej pracy następuje prezentacja uczniowskich rozwiązań. Nauczyciel ocenia pracę uczniów zgodnie z wcześniej omówionymi z uczniami kryteriami (uwzględniając indywidualne potrzeby uczniów ze SPE). Udziela uczniom informacji zwrotnej.

## 5. Samoocena i refleksja uczniów

Uczniowie otrzymują od nauczyciela ankietę ewaluacyjną, na której przeprowadzają analizę SWOT działań przeprowadzonych podczas lekcji:

- mocne strony,
- słabe strony,
- szanse,
- zagrożenia.

## Komentarz metodyczny

Tematyka pochodnej i stycznych do wykresów jest dla uczniów abstrakcyjna, dlatego istotne jest motywowanie uczniów zachętą i jawnie wyrażoną wiarą w możliwości radzenia sobie w różnych sytuacjach. Zadaniem nauczyciela jest stworzenie takich warunków, aby uczniowie ukazywali rówieśnikom swoje zdolności, osiągnięcia, pozytywne zachowania. Uczniowie z trudnościami w uczeniu się matematyki mogą skupić się na obliczaniu pochodnej funkcji z gotowych wzorów, bez wyprowadzania za każdym razem pochodnej z granicy.