



**MISTRZOWIE
UKŁADÓW
RÓWNAŃ**

**TOMASZ
WÓJTOWICZ**

SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska
dr Anna Rybak
dr Beata Rola
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



Temat lekcji:

Mistrzowie układów równań.

Czas trwania lekcji:

45 minut

Klasa:

II liceum/technikum, poziom rozszerzony

Cel ogólny:

ćwiczenie umiejętności rozwiązywania układów równań, w tym układów równań kwadratowych.

Cele szczegółowe. Uczeń:

- zna metody rozwiązywania układów równań,
- znajduje punkty wspólne dwóch okręgów lub punkty wspólne prostej i okręgu,
- potrafi algebraicznie i geometrycznie rozwiązać układ dwóch równań kwadratowych,
- jest dociekliwy i poszerza swoje horyzonty,
- samodzielnie zdobywa wiedzę w eksperymentach i doświadczeniach,
- odczuwa potrzebę poznawania i odkrywania (uczeń ze SPE).

Metody, techniki i formy pracy:

- praca z materiałem przygotowanym przez nauczyciela (rozwój kompetencji matematycznych),
- metody aktywizujące: praca w zespołach, gra dydaktyczna, zastosowanie ICT (rozwój kompetencji cyfrowych),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

Środki dydaktyczne:

komputer z aplikacją khanacademy.org, kartki z zadaniami dla uczniów, ankiety ewaluacyjne.

Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Lekcja rozpoczyna się od ułożenia przez uczniów klocków w grze domino. Uczniowie w parach łączą ze sobą odpowiednie klocki, na których znajdują się układy równań liniowych oraz rozwiązania. Następnie nauczyciel formułuje pytania kluczowe:

- w ilu punktach mogą się przecinać dwa okręgi?
- czy metoda podstawiania jest skuteczna w rozwiązywaniu układów równań kwadratowych?

2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Nauczyciel wyświetla uczniom układ równań do rozwiązania:

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1. \end{cases}$$

Uczniowie zauważają, że rozwiązanie układu sprowadza się do znalezienia punktów wspólnych okręgu oraz paraboli. Układ można rozwiązać metodą podstawiania. W wyniku rozwiązania otrzymujemy jedną parę liczb spełniającą układ: $(x, y) = (2, 0)$. Uczniowie wspólnie z nauczycielem przeprowadzają dyskusję na temat możliwej liczby rozwiązań tego układu.

3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Nauczyciel wyjaśnia uczniom, że w wielu przypadkach równania można dodawać i odejmować stronami czy mnożyć przez liczbę różną od 0. Uczniowie losują numery od 1 do 4. Wylosowany numer oznacza numer grupy (dobrze by było, gdyby uczniowie ze SPE pracowali w grupach mieszanych). Uczniowie otrzymują zadania na kartach do pracy do wykonania:

$$1) \begin{cases} (x+5)^2 + (y-3)^2 = 16 \\ 4(x+6)^2 + (2y-6)^2 = 36 \end{cases} \quad \begin{cases} y - x^2 = 4 \\ y + x^2 = 4 \end{cases}$$

2) Wyznacz dwie liczby, których iloczyn jest równy 4, a suma $3\sqrt{2}$.

3) Wyznacz współrzędne punktów wspólnych okręgów o równaniach:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 8x - 4y + 16 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y - 8 = 0 \end{cases}$$

4) Na trójkącie prostokątnym opisano okrąg o promieniu 2,5. Suma długości przyprostokątnych jest równa 7. Oblicz pole tego trójkąta.

5) Ile punktów wspólnych mają parabole dane równaniami $y = -x^2$ oraz $y = 2x^2 + 3x - 6$?

Uczniowie w grupach zadaniowych przeprowadzają dyskusję nad swoimi rozwiązaniami. W pracy nad dowodzeniem prawdziwości wzorów posługują się komputerem i dostępnymi programami. Liczba zadań do wykonania powinna być określona przez każdego ucznia indywidualnie, w zależności od jego umiejętności.

4. Prezentacja pracy

Po wykonanej pracy następuje prezentacja uczniowskich rozwiązań. Uczniowie kolejno odczytują rozwiązania zadań, podają interpretację geometryczną rozwiązań. Następnie sprawdzają poprawność opracowanych rozwiązań za pomocą aplikacji <https://oblicz.to/rozwiązanie-ukladu-rownan>.

5. Samoocena i refleksja uczniów

Na zakończenie lekcji nauczyciel dokonuje z uczniami ewaluacji przeprowadzonych działań. W tym celu prosi uczniów o przeprowadzenie głosowania w aplikacji khanacademy.org. Uczniowie dopasowują wartości 1–10 do stwierdzeń przygotowanych wcześniej przez nauczyciela.

Komentarz metodyczny

Układy równań kwadratowych pojawiają się w wielu zadaniach, np. przy szukaniu punktów wspólnych okręgów, w zadaniach z ciągiem geometrycznym czy też w zadaniach tekstowych. Ważne, aby po zakończeniu lekcji uczniowie byli świadomi, że metoda podstawiania pozwala uzyskać równanie z jedną niewiadomą. Istotnym elementem jest również ewaluacja przeprowadzonych działań, która wskaże nauczycielowi mocne i słabe strony jednostki lekcyjnej.