



# POCHŁONIĘCI PRAWDOPODOBIENSTWEM CAŁKOWITYM

# TOMASZ WÓJTOWICZ

## SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

**WARSZAWA 2019**

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska  
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
dr Beata Rola  
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



## Temat lekcji:

Pochłonięci prawdopodobieństwem całkowitym.

## Czas trwania lekcji:

45 minut

## Klasa:

IV liceum/technikum, poziom rozszerzony

## Cel ogólny:

zastosowanie twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.

## Cele szczegółowe. Uczeń:

- stosuje klasyczny wzór na prawdopodobieństwo,
- wykorzystuje w zadaniach twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym,
- korzysta w obliczeniach ze wzoru na prawdopodobieństwo warunkowe,
- posługuje się drzewkami w rozwiązywaniu zadań,
- tworzy samodzielnie modele matematyczne opisujące zjawiska z życia codziennego,
- realizuje grupowe zadania i projekty (uczeń ze SPE).

## Metody, techniki, formy pracy:

- praca z materiałem przygotowanym przez nauczyciela,
- metody aktywizujące: doświadczenia poszukujące (rozwój kompetencji matematycznych i w zakresie uczenia się),
- metoda ICT: zastosowanie aplikacji komputerowych (kompetencje cyfrowe),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca indywidualna (jednolita i zróżnicowana).

## Środki dydaktyczne:

plansze do rysowania drzewek, karty pracy dla uczniów, ankieta ewaluacyjna, komputer.

## Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel przedstawia uczniom problem do rozwiązania: w urnie mamy 8 kul białych i 5 kul czarnych. Wyciągamy jedną losową kulę i odkładamy ją, nie sprawdzając koloru. Jaka jest szansa wyciągnięcia za drugim razem kuli białej? Wprowadzamy następujące oznaczenia:  $A$  – za drugim razem wyciągnęliśmy kulę białą,  $B$  – za pierwszym razem wyciągnęliśmy kulę białą,  $C$  – za pierwszym razem wyciągnęliśmy kulę czarną.

Otrzymujemy:

$$P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|C)P(C) = \frac{7}{12} \cdot \frac{8}{13} + \frac{8}{12} \cdot \frac{5}{13} = \frac{96}{156}.$$

Uczniowie przedstawiają na planszach sytuację z zadania za pomocą drzewka.

## 2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Nauczyciel przedstawia uczniom definicję prawdopodobieństwa całkowitego: jeżeli zdarzenia  $B_1, B_2, \dots, B_n$  wykluczają się parami i mają prawdopodobieństwa dodatnie, to dla każdego zdarzenia  $A$  zawartego w sumie zdarzeń  $B_1 \cdot B_2 \cdot \dots \cdot B_n$  zachodzi  $P(A) = P(A|B_1) \cdot P(B_1) + P(A|B_2) \cdot P(B_2) + \dots + P(A|B_n) \cdot P(B_n)$ . Nauczyciel wyjaśnia uczniom, że każdy będzie pracował indywidualnie. W tym celu uczniowie losują zadania od nauczyciela, ich rozwiązania zapisują na kartach pracy. Przykładowe zadania:

**Zadanie 1.** Na loterii mamy 30% losów wygrywających, 60% losów przegrywających oraz 10% losów „Otrzymujesz jeszcze jedną szansę”, pozwalających na wyciągnięcie kolejnego losu. Jakie jest prawdopodobieństwo wygranej?

**Zadanie 2.** Z urny zawierającej 4 kule czarne i 3 kule białe losujemy kulę, po czym zwracamy ją do urny i dorzucamy jeszcze dwie kule tego samego koloru co wylosowana. Następnie ponownie losujemy kulę z urny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że za drugim razem wylosujemy kulę czarną?

**Zadanie 3.** W urnie  $U_1$  jest 7 kul białych i 5 kul czarnych, a w urnie  $U_2$  znajdują się 3 kule białe i 7 czarnych. Rzucamy kostką do gry. Jeżeli wypadnie liczba oczek nie większa niż 2, to losujemy dwie kule z urny  $U_1$ , w przeciwnym razie losujemy dwie kule z urny  $U_2$ . Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych.

## 3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Obowiązuje zasada, że uczniowie po zakończeniu każdego zadania losują następne zadanie. Ich liczba jest dostosowana do tempa pracy oraz indywidualnych predyspozycji. Do graficznego przedstawienia rozwiązania w formie drzewka uczniowie wykorzystują plansze lub komputer z programem graficznym. Ocena poprawności zadań odbywa się na bieżąco, przy użyciu kryteriów dostosowanych do występujących dysfunkcji u uczniów.

## 4. Prezentacja pracy

Po zakończeniu pracy następuje prezentacja wykonanych zadań. Chętni uczniowie omawiają i przedstawiają wykonane drzewka.

## 5. Samoocena i refleksja uczniów

Na podsumowanie pracy na lekcji nauczyciel przeprowadza z uczniami rundę ekspercką w formie quizu złożonego z 5 prostych zadań dotyczących obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń. Utrudnieniem jest ustawione ograniczenie czasowe na udzielanie odpowiedzi. Quiz można przygotować np. w aplikacji getkahoot.com.

## Komentarz metodyczny

Aby uczeń mógł sprawnie posługiwać się wzorem na prawdopodobieństwo całkowite, powinien mieć opanowane fundamenty rachunku prawdopodobieństwa, takie jak: zdarzenie, przestrzeń zdarzeń elementarnych, klasyczna definicja prawdopodobieństwa. Tematyka lekcji powinna być kontynuowana przy okazji realizacji zagadnienia reguły Bayesa.